∽ Probabilités ∾

1 Exemples théoriques

Exercice 1.1 *Application directe*

Dans un univers Ω, on donne deux énénements incompatibles A et B tels que : $p(A) = 0,2$ et $p(B) = 0,7$.
Calculer $p(A \cap B)$, $p(A \cup B)$, $p(\bar{A})$, et $p(\bar{B})$.

Exercice 1.2 *Premiers exemples concrets*

E est l'ensemble des nombres de 1 à 20 inclus. On choisit au hasard un de ces nombres.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :
   A :"’le nombre choisi est un multiple de 2"’
   B :"’le nombre choisi est un multiple de 4"’
   C :"’le nombre choisi est un multiple de 7"’
   D :"’le nombre choisi est multiple de 3, mais pas de 2"’
2. Pourquoi les événements A et D sont-ils incompatibles ?
3. Calculer les probabilités $p(A \cap B)$, puis $p(A \cup C)$.
4. En déduire les probabilités $p(A \cup B)$, puis $p(A \cap C)$.

2 Extraits de brevets

Exercice 2.1 *France - Juin 2009*

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes.
Chacune tire au hasard une bille de son sac.

1. Le contenu des sacs est le suivant :

Sac d'Aline :	Sac de Bernard :	Sac de Claude :
5 billes rouges	10 billes rouges et 30 billes noires	100 billes rouges et 3 billes noires

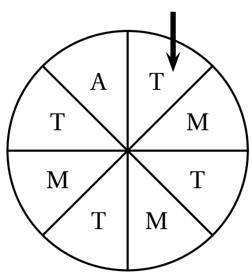
   Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?
2. On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.
   Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

Exercice 2.2 *Polynésie - Juin 2009*

A un stand du « Heiva », on fait tourner la roue de loterie ci-dessous.

On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné.
On regarde la lettre désignée par la flèche : A, T ou M, et on considère les évènements suivants :

- A : « on gagne un autocollant» ;
- T : « on gagne un tee-shirt » ;
- M : « on gagne un tour de manège ».



1. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
2. Quelle est la probabilité de l'évènement T ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement M ?
4. Exprimer à l'aide d'une phrase ce qu'est l'évènement non A puis donner sa probabilité.

3 Équiprobabilités :

Exercice 3.1 *Lancer de dé non truqué*

On lance un dé non truqué.

1. Déterminer la probabilité des événements suivants :
A :"'Le nombre obtenu est un 6"'.
B :"'le nombre obtenu est superieur ou égal à 5."'
C :"'Le nombre obtenu est impair"'
2. Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifiez votre réponse.
3. Les événements A et C sont-ils incompatibles ? Justifiez votre réponse.

Exercice 3.2 *Lancer de 3 dés non truqués - À considérer avec humour...*

Un professeur de mathématiques peu scrupuleux et bien peu géneureux désire évaluer ses élèves. Pour ce faire, il lance de manière aléatoire 2 dés non truqués. On s'interesse à la note obtenue par l'élève à l'issue de cette experience.

1. Déterminer la note minimale et la note maximale, puis l'univers des possibles de cette experience.
2. Calculer la probabilité pour un élève d'obtenir une note de 2/20. Quel résultat obtient-on avec la même probabilité ?
3. Après avoir dressé un tableau récapitulant les différents tirages possibles, déterminer la loi de probabilité de cette expérience, c'est-à-dire la probabilité de chaque événement possible.
4. En déduire la note moyenne obtenue par ses élèves lors de l'examen dont il avait la correction à charge.
5. Se rendant compte de la faiblesse des notes obtenues, il décide de recommencer son "'travail"' en lançant cette-fois-ci 3 dés non pipés. Recommencer le travail effectué précedemment afin de déterminer la loi de probabilité nouvellement obtenue.

Exercice 3.3 *Mercatique Antilles - Septembre 2008*

À l'aide d'une machine, un supermarché contrôle l'authenticité de 2 000 billets de banque. Les coupures de 20 € représentent 40 % de l'ensemble des billets contrôlés.
On a détecté 5 fausses coupures. Les billets de 20 € représentent 60 % des fausses coupures.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant. Faire figurer le détail des calculs sur votre copie.

	Coupure de 10 €	Coupure de 20 €	Coupure de 50 €	Total
Billets falsifiés			2	
Billets authentiques	600			
Total				2 000

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible.
Un billet est choisi au hasard parmi les 2 000 billets contrôlés.
On considère les évènements suivants :
F : « le billet choisi est falsifié » ;
C : « le billet choisi est une coupure de 50 € » ;
V : « le billet choisi est une coupure de 20 € ».

2. Définir par une phrase l'évènement $V \cap F$ et calculer $p(V \cap F)$.
3. Calculer la probabilité conditionnelle de F sachant C notée $p_C(F)$.
4. Calculer $p(F)$. Peut-on dire que les évènements F et C sont indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 3.4 *RH - Pondichery 2007*

On considère un établissement scolaire de 2000 élèves, regroupant à la fois des collégiens et des lycéens.
19 % de l'effectif total est en classe terminale. Parmi ces élèves de terminale, 55 % sont des filles.
L'année considérée, le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement a été de 85 %. Parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles a été de $\frac{8}{19}$.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

Élèves de terminale	Garçons	Filles	TOTAL
Réussite au baccalauréat			
Échec au baccalauréat		24	
TOTAL			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de terminale. On considère les évènements suivants :

- G « L'élève est un garçon» ; on note l'évènement contraire dc G » ;
- R « L'élève a obtenu son baccalauréat » ; on note $\overline{R}$ l'évènement contraire de R.

2. Définir par une phrase les évènements suivants

$$\overline{R} \quad ; \quad \overline{G} \cap R.$$

Dans la suite des questions, on donnera les résultats sous forme de nombre décimal, arrondi à 10^{-2}.

3. Calculer les probabilités des évènements suivants

$$\overline{R} \quad ; \quad G \quad ; \quad \overline{G} \cap R.$$

4. Montrer que la probabilité, arrondie à 10^{-2}, que l'élève soit une fille, sachant qu'elle a obtenu son baccalauréat, est égale à $0,57$.

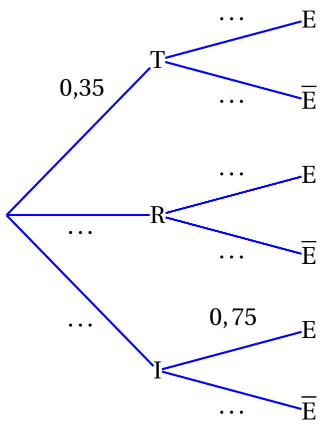
4 Probabilités conditionnelles

Exercice 4.1 *STG - Nouvelle-Calédonie - Novembre 2008*

Un grand journal a fait réaliser en 2006 une enquête sur un échantillon représentatif de la population française des 18–34 ans.35 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la télévision ; parmi elles, 40 % lisent aussi la presse écrite.
25 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la radio ; parmi elles, 60 % lisent aussi la presse écrite.
Les autres personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est l'Internet ; parmi elles, 75 % lisent aussi la presse écrite.

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on note :
T l'évènement : « la personne a pour principale source d'information la télévision ».
R l'évènement : « la personne a pour principale source d'information la radio ».
I l'évènement : « la personne a pour principale source d'information l'Internet ».
E l'évènement : « la personne lit la presse écrite ». Pour tout évènement A, on notera $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire et P(A) sa probabilité.

1. À l'aide des informations fournies par le texte, indiquer la valeur de la probabilité conditionnelle $\text{P}_\text{T}(\text{E})$ puis calculer la probabilité conditionnelle $\text{P}_\text{R}\left(\overline{\text{E}}\right)$.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. **a.** Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement T ∩ E, puis démontrer que P(T ∩ E) = 0,14.
   b. Calculer la probabilité des évènements R ∩ E et I ∩ E. En déduire que P(E) = 0,59.

4. Calculer la probabilité conditionnelle $\mathrm{P_E(I)}$, en donnant un résultat approché arrondi à 10^{-2} près.
Les évènements E et I sont-ils indépendants ? Justifier sa réponse.

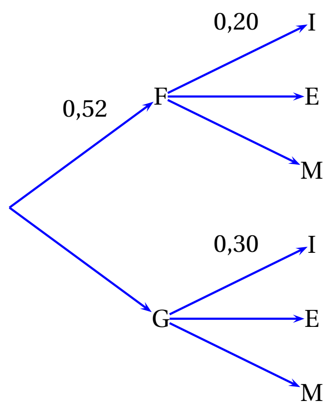
Exercice 4.2 *STG - La Reunion - Juin 2009*

Dans la liste des candidats devant passer une épreuve de mathématiques du baccalauréat STG, on compte 52 % de filles.
Les filles se répartissent de la manière suivante : 20 % sont en spécialité Gestion des Systèmes d'Information (GSI), 45 % en spécialité Comptabilité et Finance des Entreprises (CFE) et les autres en spécialité Mercatique.
En ce qui concerne les candidats garçons, 30 % sont en spécialité GSI, 45 % en spécialité CFE et 25 % en spécialité Mercatique.

On choisit au hasard un nom dans la liste des candidats. On note :
F l'évènement « le nom choisi est celui d'une fille » ;
G l'évènement « le nom choisi est celui d'un garçon » ;
I l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité GSI » :
E l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité CFE » :
M l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité Mercatique ».

Les probabilités demandées seront arrondies au millième.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



a. Montrer que la probabilité de l'évènement I est égale à $0,248$.

b. Les évènements F et I sont-ils indépendants ?

2. Déterminer $P_{\mathrm{I}}(\mathrm{F})$, la probabilité, sachant l, de l'évènement F.

3. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Montrer que les évènements F et E sont indépendants.

Exercice 4.3 *ES - France - Septembre 1998*

Dans cet exercice on pourra utiliser les notations usuelles $p(E)$ pour désigner la probabilité d'un évènement E, $p(\mathrm{F/E})$ ou $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{F})$ pour désigner la probabilité conditionnelle de F, sachant l'évènement E réalisé.
Un concours de recrutement de techniciens hautement qualifiés est ouvert uniquement aux étudiants de deux écoles ; l'une s'appelle l'école Archimède, l'autre l'école Ptolémée.
On dispose des informations suivantes concernant les taux de réussite à ce concours pour l'année 1997 :
– le taux de réussite pour les candidats issus de l'école Archimède est de : 85 % ;
– le taux de réussite pour les candidats issus de l'autre école est de : 80 % ;
– le taux de réussite pour l'ensemble des candidats est de : 82 %.
On peut interpréter ces données en termes probabilistes ; on suppose pour cela qu'on choisit un candidat au hasard.
On note R l'évènement : « le candidat a réussi ».
On note de même A l'évènement : « le candidat est issu de l'école Archimède ».
On note $\overline{\mathrm{R}}$ et $\overline{\mathrm{A}}$ les évè nements contraires de R et de A.

1. Interpréter les données numériques de l'énoncé en termes probabilistes.

2. Les évènements R et A sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

3. L'objet de cette question est de déterminer la proportion de candidats issus de l'école Archimède parmi les candidats.
On note x la proportion de candidats issus de l'école Archimède parmi les candidats : c'est aussi la probabilité qu'un candidat, choisi au hasard, soit un candidat issu de l'école Archimède.

- **a.** Exprimer $p(\mathrm{R}\cap\mathrm{A})$, $p\left(\overline{\mathrm{A}}\right)$ et $p\left(\mathrm{R}\overline{\mathrm{A}}\right)$ en fonction de x.
- **b.** En déduire l'expression de $p(\mathrm{R})$ en fonction de x.
- **c.** Déterminer la valeur de x.

Exercice 4.4 *STT - La Reunion - Septembre 2005*

Dans une grande ville, une maladie à incubation lente touche $0,1\,\%$ de la population. Un test de dépistage est proposé :
- lorsqu'une personne est malade, le test est positif dans $95\,\%$ des cas et négatif dans $5\,\%$ des cas ;
- lorsqu'une personne n'est pas malade, le test est négatif dans $96\,\%$ des cas, mais déclare la personne malade, c'est-à-dire est positif, dans $4\,\%$ des cas.
Lorsqu'une personne, prise au hasard, passe le test, on note
– M l'évènement « la personne est malade » ;
– $\overline{\mathrm{M}}$ l'évènement « la personne n'est pas malade » ;
– T l'évènement « le test est positif » ;
– $\overline{\mathrm{T}}$ l'évènement « le test est négatif ».

1. Donner la valeur de la probabilité $p(\mathrm{M})$ et les valeurs des probabilités conditionnelles suivantes : $p(\mathrm{T}/\mathrm{M})$, $p\left(T/\overline{\mathrm{M}}\right)$, $p\left(\overline{\mathrm{T}}/\mathrm{M}\right)$ et $p\left(\overline{\mathrm{T}}/\overline{\mathrm{M}}\right)$.

2.
- **a.** Calculer la probabilité de l'évènement « M et T », notée $p(\mathrm{M}\cap\mathrm{T})$.
- **b.** Calculer la probabilité de l'évènement « M et T », notée $p(\mathrm{M}\ \cap\ \mathrm{T})$.
- **c.** En déduire que la probabilité de T vaut $p(\mathrm{T}) = 0{,}040\ \ 91$.

3. Calculer la probabilité pour que le test donne un résultat non conforme à la réalité.

4. Le maire de la ville passe le test : il est positif. Donner la probabilité, à 10^{-1} près, que le maire soit effectivement malade.

5 Annales de baccalauréat STG

Exercice 5.1 *R.H. - 2010*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 *point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*
Au rayon « multimédia » d'un magasin, un écran plat et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un client étant choisi au hasard, on désigne par :
– A l'évènement « le client achète l'écran plat en promotion ».
– B l'évènement « le client acquiert le lecteur DVD en promotion ».

On estime que $p(A) = \dfrac{1}{3}$, $p\left(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B}\right) = \dfrac{1}{9}$ et que la probabilité de l'évènement « le client achète les deux objets en promotion » est $\dfrac{1}{18}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider d'un arbre de probabilités ou d'un tableau.

1. $p\left(\overline{\mathrm{A}}\right)$ est égale à
- $\dfrac{17}{18}$ • $\dfrac{1}{6}$ • $\dfrac{2}{3}$

2. $p(\mathrm{B})$ est égale à
- $\dfrac{1}{6}$ • $\dfrac{5}{18}$ • $\dfrac{13}{18}$

3. $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ est égale à
- $\dfrac{1}{2}$ • $\dfrac{1}{18}$ • $\dfrac{1}{6}$

4. $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$ est égale à • $\dfrac{1}{2}$ • $\dfrac{4}{9}$ • $\dfrac{1}{18}$

Exercice 5.2 *Nouvelle-Calédonie - R.H. - Novembre 2009*

La probabilité d'un évènement A est notée p(A).
La probabilité de A sachant B réalisé est notée p_{B}(A).
À l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer et les déclarer positifs ou négatifs à une substance testée. Or, certains produits dopants restent indétectables aux contrôles et le test utilisé par le comité n'est pas fiable à 100 %.
Plus précisément :

la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,94 ;
la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est 0,08.

Le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.
L'expérience a montré que, dans ce genre de compétition, 15 % des participants sont dopés. On note :

D l'évènement« le sportif est dopé »,
P l'évènement « le sportif est déclaré positif »,
N l'évènement « le sportif est déclaré négatif ».

Dans toute la suite, on donnera les résultats exacts écrits sous forme décimale.

1. Compléter sur le document annexe l'arbre de probabilité illustrant la situation.
2. Indiquer la valeur de p(D) puis celle de P_{D}(P).
3. **a.** Traduire par une phrase l'évènement $\overline{\text{D}} \cap \text{P}$.
   b. Déterminer la valeur de $p\left(\overline{\text{D}} \cap \text{P}\right)$.
4. Lors d'une compétition, un sportif est choisi au hasard et contrôlé.
   a. Quelle est la probabilité qu'il soit déclaré positif ?
   b. Montrer que $p(\text{N}) = 0,791$.
   c. On note E l'évènement « le comité a commis une erreur ». Déterminer la valeur de p(E).

Exercice 5.3 *Guyanes - R.H. - 2009*

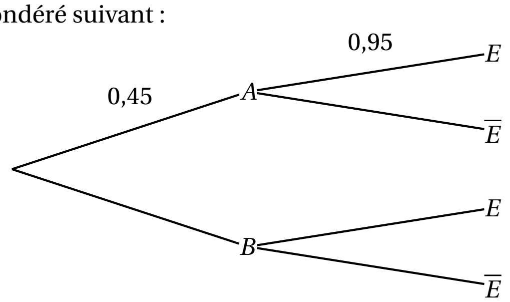
Dans un lycée, on interroge les élèves de terminale STG sur leurs intentions d'orientation post-bac après le conseil de classe du troisième trimestre. On compte parmi ces élèves 45 % de filles.

- 95 % des filles souhaitent s'inscrire en BTS ou DUT.
- 90 % des garçons souhaitent cette même orientation.

On choisit une fiche au hasard. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.
On note A, B et E les évènements suivants :

- A : « l'élève est une fille » ;
- B : « l'élève est un garçon » ;
- E : « l'élève souhaite s'inscrire en BTS ou DUT ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Définir par une phrase l'évènement $A \cap E$.
3. Calculer les probabilités des évènements $A \cap E$ et $B \cap E$.
4. Calculer la probabilité conditionnelle de A sachant E, notée $P_E(A)$ et celle de B sachant E notée $P_E(B)$.
   Comparer ces probabilités. Que peut-on en conclure ?

Exercice 5.4 *R.H. - Septembre 2009*

Quatre candidats A, B, C , D se présentent à une élection régionale.
Avant le scrutin, on a interrogé 1 000 personnes âgées de 18 à 90 ans s'étant prononcées sur leur intention de vote et ayant communiqué leur tranche d'âge.
On a obtenu le tableau de répartition suivant :

ÂgeCandidats des électeurs	A	B	C	D	Total
[18 ; 30[	100	50	30	20	200
[30 ; 50[	150	50	20	80	300
[50 ; 90]	50	300	50	100	500
Total	300	400	100	200	1 000

1. Quel est l'âge moyen des personnes interrogées qui ont l'intention de voter pour le candidat B ?
On prendra les centres des classes d'âge pour effectuer le calcul.

2. On choisit une des 1 000 personnes interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
On mettra tous les résultats sous forme décimale.

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
J : « la personne choisie appartient à la tranche d'âge [18 ; 30[».
B : « la personne choisie a voté pour le candidat B ».

b. Traduire par une phrase l'évènement $J \cap \overline{B}$ et calculer sa probabilité.

3. **a.** Calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas voté pour le candidat B, sachant qu'elle est dans la tranche d'âge [18 ; 30[.
Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

b. Le résultat du calcul obtenu à la question 3. a. est-il cohérent avec celui qui a été obtenu à la question 1. ?

Exercice 5.5 *Antilles - R.H. - septembre 2009*

On interroge 200 personnes sur une de leurs sorties au restaurant.
Les résultats de cette enquête apparaissent dans le tableau suivant.

	Cuisine française	Cuisine orientale	Cuisine italienne	Total
Sorties entre amis	21	56	63	140
Sorties en famille	24	18	18	60
Total	45	74	81	200

PARTIE A

1. Quel est le pourcentage de personnes qui sont allées au restaurant entre amis parmi les personnes interrogées ?

2. Parmi les personnes qui sont allées au restaurant entre amis, quel est le pourcentage de celles qui préfèrent la cuisine française ?

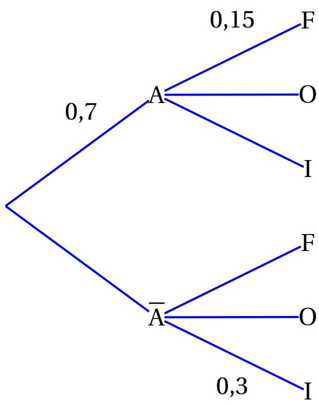
PARTIE B

On notera :

- A l'évènement : « aller au restaurant entre amis ».
- F l'évènement : « aller dans un restaurant faisant de la cuisine française ».
- O l'évènement : « aller dans un restaurant faisant de la cuisine orientale ».
- I l'évènement : « aller dans un restaurant faisant de la cuisine italienne ».

On choisit au hasard une des personnes interrogées. Chaque personne interrogée a la même probabilité d'être choisie.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Reproduire et compléter l'arbre ci-dessous :



2. Montrer que la probabilité que la personne soit allée au restaurant entre amis et ait choisi un restaurant faisant de la cuisine française est égale à 0,105.
3. a. Déterminer la probabilité que la personne soit allée dans un restaurant faisant de la cuisine française.
   b. Les évènements A et F sont-ils indépendants ?

Exercice 5.6 *2010*

Sur un site internet, on trouve les données suivantes qui concernent le Tour de France.

Année	2006	2007	2008
Nombre de participants	176	189	180
Nombre d' « épinglés »*	45	38	26

(Source : cyclisme-dopage.com)

** La catégorie « épinglés » est constituée par les coureurs ayant été contrôlés positifs (y compris par constat de carence ou par constat d'un hématocrite supérieur à 50 %), ayant reconnu s'être dopé et ayant été sanctionnés (par la justice, leur fédération ou leur équipe) dans le cadre d'affaires liées au dopage.*

Première partie : Traitement des données sur tableur
On reporte ces données dans une feuille de calcul, afin de les compléter :

	A	B	C	D	E
1	Année	2006	2007	2008	total
2	Nombre de participants	176	189	180	545
3	Nombre d'« épinglés »	45	38	26	109
4	Nombre de « non épinglés »				436
5	Taux d'« épinglés »	25,6 %			

La plage de cellule B5 :E5 est au format pourcentage à une décimale.

1. Donner une formule qui, entrée en cellule B4, permet par recopie vers la droite d'obtenir le contenu des cellules de la plage B4 : D4.
2. Donner une formule qui, entrée en cellule E2, a permis par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage E2 : E4.
3. Donner une formule qui, entrée en cellule B5, permet par recopie vers la droite d'obtenir le contenu des cellules de la plage B5 : E5.
4. Calculer la valeur affichée dans la cellule C5.

Deuxième partie : Probabilités
Pour chacune des années 2006, 2007 et 2008, on dispose pour chaque participant d'une fiche sur laquelle figurent l'année, le nom du participant, et la mention« épinglé »ou bien « non-épinglé ». Ainsi un même participant peut figurer sur plusieurs fiches s'il a participé au tour de France plusieurs fois parmi les années 2006, 2007 ou 2008.
Toutes les fiches sont mélangées, et on en choisit une au hasard.
On définit les évènements suivants :
D : « la fiche est une fiche du Tour de France de l'année 2008 » ;
E : « la fiche porte la mention « épinglé ».

Les probabilités demandées seront arrondies au centième.

1. a. Calculer la probabilité de l'évènement D.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $D \cap E$.
   c. Calculer la probabilité, sachant D, de l'évènement E.
2. Calculer la probabilité de l'évènement E.
3. Calculer la probabilité, sachant que la fiche choisie porte la mention « épinglé », que ce soit une fiche de l'année 2008.

Exercice 5.7 *La Réunion - 2010*

Un club d'arts martiaux propose à ses adhérents de pratiquer le judo ou le karaté. Ce sont les deux seuls proposés. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'un seul de ces deux arts martiaux.
De plus, certains des adhérents font de la compétition, d'autres non.
À son entrée dans le club, chaque adhérent a rempli une fiche de renseignements. En consultant ces fiches, on constate que :

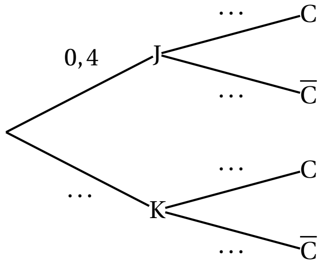
- 40 % des adhérents pratiquent le judo et, parmi eux, 65 % font de la compétition ;
- parmi les adhérents qui pratiquent le karaté, 45 % font de la compétition.

On choisit une fiche au hasard. On suppose que chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.
On définit les évènements suivants :

- J : « la fiche est celle d'un adhérent qui pratique le judo » ;
- K : « la fiche est celle d'un adhérent qui pratique le karaté » ;
- C : « la fiche est celle d'un adhérent qui fait de la compétition ».

1. Donner la probabilité que la fiche tirée soit celle d'un adhérent qui fait de la compétition, sachant qu'il fait du karaté.

2. Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilités représenté ci-dessous.



3. Définir par une phrase l'évènement J $\cap$ C puis calculer sa probabilité.

4. Démontrer que la probabilité de l'évènement C est égale à $0,53$.

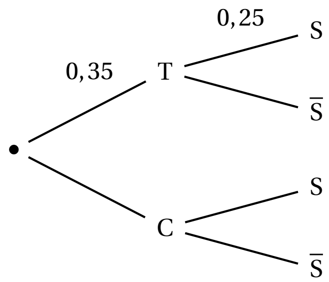
5. Quelle est la probabilité qu'un adhérent, sachant qu'il fait de la compétition, pratique le judo ?

Exercice 5.8 *Centres Étrangers - 2010*

ne municipalité propose une carte annuelle « pass culture » à ses administrés. Il s'agit d'une carte qui donne accès aux spectacles programmés dans la commune avec un tarif préférentiel.
Cette carte est proposée avec deux options : l'option « *cinéma* » et l'option « *tout spectacle* ». Un administré n'a droit qu'à une seule carte et celle-ci est individualisée par un numéro. Selon un critère social, une subvention de la municipalité peut être accordée lors de l'achat de cette carte.
Pour cette année, le service municipal à la culture a donné le bilan suivant :
Les cartes avec l'option « tout spectacle » représentent 35 % des cartes « pass culture » et 25 % de celles-ci ont été l'objet de la subvention municipale. Pour les cartes avec l'option « *cinéma* », 45 % ont été l'objet de la subvention. Lors d'une enquête, un numéro de carte est tiré au hasard. On note :

- T : l'évènement « le numéro tiré est celui d'une carte avec l'option *tout spectacle* » ;
- C : l'évènement « le numéro tiré est celui d'une carte avec l'option *cinéma* » ;
- S : l'évènement « le numéro tiré est celui d'une carte ayant été l'objet de la subvention ».

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre de probabilité représenté ci-dessous.



2. **a.** Définir par une phrase l'évènement C $\cap$ $\overline{S}$.

b. Calculer la probabilité $P\left(C \cap \overline{S}\right)$.

3. Montrer que la probabilité de l'évènement $\overline{S}$ est égale à $0,62$.

4. Les évènements C et $\overline{S}$ sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 5.9 *Antilles 2010*

Parmi ses salariés, une société compte 70 % d'employés commerciaux et 80 % d'entre eux possèdent une voiture de fonction.
Parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, seulement 10 % possèdent une voiture de fonction.
On interroge au hasard un employé de la société.
On considère les évènements suivants :

– C : « L'employé interrogé est un commercial » ;
– V : « L'employé interrogé possède une voiture de fonction ».
On note $\overline{C}$ et $\overline{V}$ les évènements contraires respectifs des événements C et V.

1. Déduire des informations de l'énoncé :
   a. la probabilité $p(C)$ de l'évènement C ;
   b. la probabilité $p_C(V)$ de l'évènement V sachant C ;
   c. la probabilité $p_{\overline{C}}(V)$ de l'évènement V sachant $\overline{C}$.
2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
3. Définir par une phrase l'évènement $\overline{C} \cap V$. Calculer la probabilité $p\left(\overline{C} \cap V\right)$.
4. Montrer que la probabilité que l'employé ait une voiture de fonction est 0,59.
5. Calculer la probabilité que l'employé interrogé ne soit pas un commercial sachant qu'il possède une voiture de fonction. Donner le résultat à 0,01 près.

Exercice 5.10 *Polynésie - 2010*

Un sondage a été effectué auprès des clients du rayon multimédia d'un grand magasin sur l'utilisation de leur téléphone portable.
Toutes les personnes interrogées possédaient un téléphone portable avec la fonction prise de photos.
Lors de l'analyse des réponses, on constate que :
45 % des personnes interrogées ont moins de 24 ans, les autres ont 25 ans ou plus.
80 % des moins de 24 ans ont déjà pris des photos avec leur téléphone portable.
60 % des 25 ans et plus n'ont jamais pris de photo avec leur téléphone portable.
À la sortie du rayon multimédia de ce grand magasin on interroge au hasard un client en possession d'un téléphone portable avec la fonction prise de photos.
On considère les évènements suivants :
J : « la personne interrogée a moins de 24 ans » ;
A : « la personne interrogée a 25 ans et plus » ;
F : « la personne interrogée a déjà pris des photos avec son téléphone portable » ;
$\overline{F}$: « la personne interrogée n'a jamais pris de photo avec son téléphone portable ».

1. Déterminer :
   a. $P(J)$ la probabilité de l'évènement J.
   b. $P(A)$ la probabilité de l'évènement A.
   c. $P_J(F)$ la probabilité, sachant J, de l'évènement F.
2. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait moins de 24 ans et ait déjà pris des photos avec son téléphone portable.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement F est $0,58$.
4. Sachant que la personne interrogée a déjà pris des photos avec son téléphone portable, calculer la probabilité qu'elle ait moins de 24 ans et donner le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 5.11 *Pondichery - 2010*

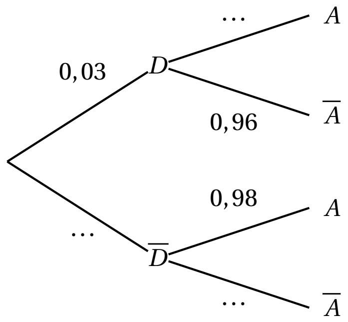
Une agence de voyage effectue un sondage auprès de ses clients.
Elle répertorie ses clients en 2 catégories : les groupes et les personnes seules.
Elle les interroge sur leur destination de vacances.
Sur 100 clients interrogés, 63 partent en groupe, et parmi ceux-là, 55 % partent en France.
De plus, 75 % des personnes seules partent à l'étranger.
On choisit au hasard un client de l'agence parmi ceux qui ont été interrogés ; on admet que tous les clients interrogés ont la même probabilité d'être choisis.
On note :
G l'évènement : « le client choisi part en groupe »,
$\overline{G}$ l'évènement contraire de G : « le client choisi part seul »,
E l'évènement : « le client choisi part à l'étranger »,
$\overline{E}$ l'évènement contraire de E : « le client choisi part en France ».

1. Donner la probabilité de l'évènement $\overline{E}$ sachant que G est réalisé, notée $p_G\left(\overline{E}\right)$, puis la probabilité $p_{\overline{G}}(E)$ de l'évènement E sachant que $\overline{G}$ est réalisé.
2. Construire puis compléter l'arbre de probabilité correspondant à cette situation.

3. Calculer la probabilité $p(G \cap E)$ de l'évènement $G \cap E$.
4. Montrer que la probabilité $p(E)$ de l'évènement E est égale à $0,561$.
5. Calculer $p_E(G)$, la probabilité de choisir un client qui part en groupe, sachant qu'il part à l'étranger. Donner la réponse arrondie au millième.

Exercice 5.12 *Nouvelle-Calédonie - Novembre 2008*

Une entreprise fabrique des téléviseurs à écran plat. Constatant qu'un certain nombre de ces téléviseurs présentent un défaut, elle décide de procéder à un test de contrôle de tous les téléviseurs.
Le test n'étant pas parfait, on constate que des téléviseurs ayant un défaut peuvent néanmoins être acceptés et des téléviseurs n'ayant pas de défaut peuvent ne pas être acceptés.
Soient E et F deux évènements, on note $P(E)$ la probabilité que l'évènement E soit réalisé et $P_F(E)$ la probabilité que l'évènement E soit réalisé sachant que l'évènement F est réalisé.
On appelle D l'évènement « le téléviseur a un défaut », $\overline{D}$ l'évènement contraire, A l'évènement « le téléviseur est accepté » et $\overline{A}$ l'évènement contraire.
Des résultats sont donnés dans l'arbre ci-dessous :



1. Que représente $P_D(\overline{A})$ et quelle est sa valeur ?
2. Recopier et compléter l'arbre.
3. **a.** Définir par une phrase l'évènement $D \cap A$.
   b. Calculer les valeurs exactes de $P(D \cap A)$ et $P\left(\overline{D} \cap A\right)$.
   c. En déduire la probabilité que le téléviseur soit accepté.
4. Calculer la probabilité que le téléviseur ait un défaut sachant qu'il est accepté. On arrondira le résultat à 10^{-4}.
5. *Dans cette question, toute trace d'initiative ou de justification, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   On décide de comparer ce dernier résultat avec la probabilité initiale de téléviseurs défectueux.
   Que peut-on penser de l'utilité du test ?

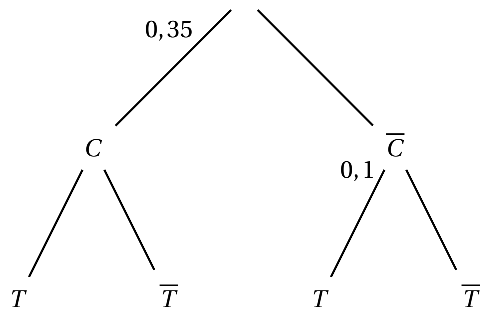
Exercice 5.13 *Polynésie - Septembre 2008*

En octobre 2007, une entreprise française de transport lance une nouvelle tarification et commande auprès d'un institut de sondage une enquête de satisfaction sur l'ensemble de sa clientèle. Cette étude est réalisée auprès d'un échantillon représentatif de 4 000 clients et ne concerne qu'un seul et même type de transport.
Lors de l'étude, deux questions sont posées : l'une demandant si le client possède ou non une carte de réduction et l'autre concernant la fréquence d'utilisation de ce mode de transport.

- Parmi les personnes interrogées 35 %, soit 1 400 personnes, ont une carte de réduction.
- 1 190 personnes ayant une carte de réduction utilisent ce mode de transport au moins dix fois par an.
- Un dixième des personnes de l'échantillon représentatif, sans carte de réduction, voyage au moins dix fois par an.

On choisit au hasard un client parmi les 4 000 interrogés et on considère les évènements C et T suivants :
C : « le client interrogé détient une carte de réduction »,
T : « le client interrogé utilise ce mode de transport au moins dix fois par an ».
Sauf indication contraire, on donnera les valeurs exactes des résultats demandés.

1. Donner grâce à l'énoncé les probabilités conditionnelles $P_C(T)$ et $P_{\overline{C}}(T)$.
2. **a.** Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



b. Calculer la probabilité $P(C \cap T)$.

c. Calculer la probabilité que le client interrogé utilise ce mode de transport au moins dix fois par an.

d. Les deux évènements C et T sont-ils indépendants ?

3. Calculer la probabilité que, sachant qu'il voyage au moins dix fois par an, le client ait une carte de réduction. On donnera une valeur arrondie à $0,01$.

Exercice 5.14 *Septembre 2008*

Trois petites communes voisines Aubois, Bellevie et Champré possèdent chacune une petite école. Pour améliorer les conditions de scolarisation des enfants, ces trois communes envisagent trois hypothèses de travail.

- Première hypothèse : création d'une nouvelle école plus grande à la frontière des trois communes.
- Deuxième hypothèse : regroupement des classes par niveaux. Les classes de maternelles à Aubois, les classes de CP, CE1 et CE2 à Bellevie et les CM1 et CM2 à Champré.
- Troisième hypothèse : maintien de la situation actuelle et augmentation de l'aide aux élèves dans chaque école.

Une consultation à bulletin secret est organisée dans chacun des trois villages afin de connaître les souhaits de la population à ce sujet. Les résultats sont rentrés sur une feuille de calculs pour déterminer la proportion de personnes favorables à chaque hypothèse. On ne recense dans le tableau que les bulletins exprimés.
La plage de cellules B7:E7 est au format pourcentage à une décimale.

	A	B	C	D	E
1		Première hypothèse	Deuxième hypothèse	Troisième hypothèse	TOTAL
2	Aubois	29	59	49	137
3	Bellevie	106	58	77	241
4	Champré	108	101	88	297
5					
6	TOTAL	243	218	214	675
7	Pourcentage	36,0 %			

Les parties A et B sont indépendantes
Partie A :

1. Donner une formule qui, placée en B6, permet par recopie vers la droite d'obtenir la plage de cellules B6:E6.
2. Donner une formule qui placée en B7, permet par recopie vers la droite d'obtenir la plage de cellule B7:D7.

Partie B :
À l'issue des dépouillements partiels organisés dans chaque commune, les 675 bulletins exprimés ont été regroupés dans la même urne. On tire au hasard un bulletin dans cette urne.
On définit les évènements suivants :
C : « Le bulletin est celui d'une personne ayant voté à Champré »,
N : « Le bulletin est celui d'une personne ayant voté en faveur de la première hypothèse ».

1. Donner la probabilité de l'évènement N, puis calculer la probabilité de l'évènement C.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « La personne a voté à Champré et en faveur de la première hypothèse ».
3. Calculer la probabilité que, sachant que le bulletin est celui d'une personne ayant voté en faveur de la première hypothèse, ce soit le bulletin d'une personne qui a voté à Champré.
4. Les évènements C et N sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.