

∞ Développements - Factorisation ∞

1 Développements. Exercices et applications

Exercice 1.1 Application directe

Écrire sous forme développée et réduite les expressions suivantes :

- $A(x) = (x+4)(x+2)$
- $B(x) = (2x+3)(3x+5)$
- $C(x) = (3x+6)(7x+2)$
- $D(t) = (t-4)(t-2)$
- $E(t) = (2t-1)(t+3)$
- $F(t) = (4t+5)(-2t-1)$
- $G(t) = (-t-1)(-t+1)$
- $H(t) = (-4t-5)(2t+6)$
- $J(x) = (x-4)^2$
- $K(x) = (2x+3)^2$
- $L(x) = (3x-7)^2$
- $M(x) = (x-8)(x+8)$
- $N(x) = (3x-4)(3x+4)$
- $P(x) = (2x-1)^2$
- $Q(t) = (2t+5)^2$
- $R(t) = (7t-11)(7t+11)$

Exercice 1.2 Un peu plus compliqué...

Développer et réduire les expressions suivantes, extraites d'annales de brevet...

1. $D = (5x-3)^2 - 81$
2. $E = (2x+3)^2 - 36$
3. $A = (2x-5)(x+3) - (2x-5)^2$
4. $B = (2x-3)(x-4) - (2x-3)^2$
5. $F = (3x-5)(5-2x) - (3x-5)^2$
6. $C = 9x^2 - 49 + (3x+7)(2x+3)$
7. $G = (3x-1)(x+5) - (3x-1)^2$

Exercice 1.3 Un extrait de brevet (Liban 2009)

Soit $A = \frac{1}{4} [(a+b)^2 - (a-b)^2]$.

1. Calculer A pour $a = 1$ et $b = 5$.
2. Calculer A pour $a = -2$ et $b = -3$.
3. Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b . A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 1.4 Fonctions équivalentes ?

On considère les deux fonctions, définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = 3x - 4 + \frac{2}{x-1}$$

$$g(x) = \frac{3x^2 - 7x + 6}{x-1}$$

1. Calculer $f(2)$ et $g(2)$, les images de 2 par f et g .
2. Ce résultat vous permet-il de répondre à la question de l'exercice ?
3. Répondez à la question de l'énoncé par un argument irréfutable.

Exercice 1.5 Fonctions équivalentes (suite) ?

On considère les deux fonctions, définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = x - 2 + \frac{2x - 1}{x + 4}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x - 9}{x - 1}$$

1. Calculer les images de 1 par f et g.
2. Ce résultat vous permet-il de répondre à la question de l'exercice ?
3. Répondez à la question de l'énoncé par un argument irréfutable.

Exercice 1.6 Fonctions équivalentes (suite et fin) ?

On considère les deux fonctions, définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = 4x - 5 + \frac{3x - 2}{2x + 1}$$

$$g(x) = \frac{4x^2 + 4x - 9}{2x + 1}$$

1. Calculer les images de 0 par f et g.
2. Ce résultat vous permet-il de répondre à la question de l'exercice ?
3. Répondez à la question de l'énoncé par un argument irréfutable.

Exercice 1.7

1. Développer $(x - 1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9801$ en utilisant le développement précédent.
2. Développer $(x - 1)(x + 1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9999$ en utilisant le développement précédent.

2 Factorisation. Exercices et applications**Exercice 2.1 Application directe**

Écrire sous forme factorisée les expressions suivantes :

- | | |
|--|----------------------------------|
| • $A(x) = (x + 4)(x + 2) + (x + 4)(3x + 5)$ | • $J(x) = x^2 - 8x + 16$ |
| • $B(x) = (2x - 3)(3x + 5) + (2x - 3)(4x - 2)$ | • $K(x) = 4x^2 + 24x + 36$ |
| • $C(x) = (3x + 6)(7x + 2) - (7x + 2)(2x + 9)$ | • $L(x) = 9x^2 - 81$ |
| • $D(t) = (t - 4)(t - 2) - (t - 4)^2$ | • $M(x) = x^2 - 36$ |
| • $E(t) = (2t - 1)(t + 3) + (2t - 1)(-2t - 4)$ | • $N(x) = 25x^2 + 30x + 9$ |
| • $F(t) = (4t + 5)(-2t - 1) - (-2t - 1)(2t - 1)$ | • $P(x) = 81x^2 - 65$ |
| • $G(t) = (-t - 1)(-t + 1) - (t + 1)(3t + 4)$ | • $Q(t) = t^2 - 22t + 121 - 100$ |
| • $H(t) = (-4t - 5)(2t + 6) + (4t + 5)(-t + 7)$ | • $R(t) = 49t^2 + 98t - 80$ |

Exercice 2.2 Application à la résolution d'équations

Dans chacun des cas suivants, factoriser l'expression $A(x)$, puis trouver les valeurs pour lesquelles A s'annule.

1. $A(x) = (5x - 3)^2 - 81$
2. $A(x) = (2x + 3)^2 - 36$
3. $A(x) = (2x - 5)(x + 3) - (2x - 5)^2$
4. $A(x) = (2x - 3)(x - 4) - (2x - 3)^2$
5. $A(x) = (3x - 5)(5 - 2x) - (3x - 5)^2$
6. $A(x) = 9x^2 - 49 + (3x + 7)(2x + 3)$
7. $A(x) = (3x - 1)(x + 5) - (3x - 1)^2$

3 Petits problèmes

Exercice 3.1 Nouvelle-Calédonie 2008

$$E = (2x - 3)^2 + (2x - 3)(x + 8)$$

1. Développer puis réduire l'expression algébrique E .
2. Factoriser l'expression algébrique E , puis résoudre l'équation $E(x) = 0$.
3. Calculer l'expression E quand $x = \frac{3}{2}$.

Exercice 3.2

On considère les nombres suivants :

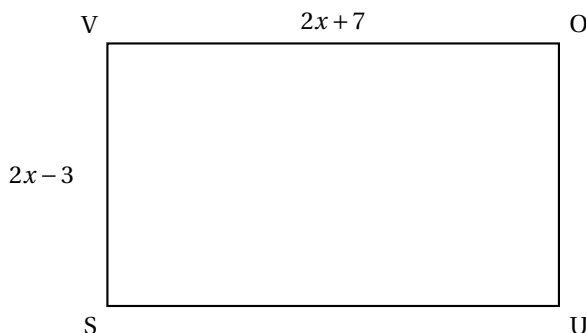
$$A = 1001 \times 999 - 999^2 \quad B = 57 \times 55 - 55^2 \quad \text{et} \quad C = (-2) \times (-4) - (-4)^2.$$

1.
 - a. Donner les valeurs lues sur la calculatrice pour A, B et C.
 - b. Les nombres A et B sont-ils premiers entre eux? Justifier brièvement.
2. On pose $D = (x + 1)(x - 1) - (x - 1)^2$.
 - a. x étant un nombre entier, supérieur à 1, montrer que D est un multiple de 2.
 - b. Pour quelles valeurs de x , D est-il un nombre négatif ou nul? Représenter les valeurs trouvées sur un axe en hachurant la partie qui ne convient pas.
3. Trouver une expression E de la même forme que celle de A pour laquelle le résultat du calcul est 2008.

Exercice 3.3

x est un nombre supérieur à 2.

On considère un rectangle VOUS tel que $VO = 2x + 7$ et $VS = 2x - 3$.



1. On donne $E = (2x + 7)(2x - 3)$ et $G = 2(2x + 7) + 2(2x - 3)$.
 - a. Développer et réduire E .
 - b. Développer et réduire G .
2. Que représente, géométriquement, l'expression E ? l'expression G ?
3. Déterminer x pour que VO soit le double de VS.
Que vaut la valeur de G dans ce cas?